TRIANGOLI

1 Sia P un punto qualsiasi della base AB del triangolo isoscele ABC; sia R il punto di AC tale che AR≅PB e sia S il punto di BC tale che SB≅AP. Si dimostri che i triangoli APR e B5P sono congruenti. Si congiunga poi R con S e si dimostri che gli angoli PRS e PSR sono congruenti.

2 Sia ABC un triangolo qualunque e sia O il punto medio di BC; si congiunga A con O e si prolunghi AO, dalla parte di O, di un segmento OD ≅ OA. Si dimostri che BD≅AC e che CD≅AB.

3 Dato il triangolo ABC, isoscele sulla base AB; si conduca la bisettrice dell'angolo al vertice ACB e sia P un punto qualsiasi di tale bisettrice. Dimostrare che il triangolo ABP è isoscele.

4 Sia ABC un triangolo isoscele con base BC; sia N il punto d'intersezione della bisettrice dell'angolo ABC con il lato AC e sia M il punto d'incontro della bisettrice dell'angolo ACB con il lato AB. Dimostrare che i segmenti BN e CM sono congruenti.

5 Sia ABC un triangolo qualunque e AM la semiretta bisettrice dell'angolo di vertice A; si prendano su questa bisettrice i segmenti AE≅AB e AF≅AC. Dimostrare che i segmenti BF e CE sono congruenti. (Si considerino i triangoli BAF e EAC .....).

6 Dato un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, si consideri un punto D di AC e sia E il punto di BC tale che CE≅DC. Indicato con M il punto medio di AB, si dimostri che DEM è un triangolo isoscele.

7 Su uno dei due lati di un angolo dato di vertice O si segnino due punti A e C e sul secondo lato si porti il segmento OB congruente ad OA e il segmento OD congruente ad OC. Si congiunga A con D e B con C e sia E il punto d'incontro dei due segmenti AD e BC.
Dimostrare che:
1°) i triangoli OAD e OBC sono congruenti;
2°) AD≅BC e che gli angoli CAE e EBD sono congruenti;
3°) EA≅EB; CE≅ED; (considerare i triangoli ACE e BDE .....);
4°) la congiungente O con E è la bisettrice dell'angolo dato AOB (considerare i triangoli AOE e BOB .....).

8 Si consideri un triangolo ABC qualsiasi. Si prolunghi il lato AC, della parte di C, di un segmento CE≅CB e si prolunghi BC, dalla parte di C, di un segmento CD≅CA. Si indichi con H il punto di intersezione delle rette BA e DE. Dimostrare che il triangolo BEH è isoscele. Basandosi poi sull'intuizione si dica quando non è possibile determinare il punto H, illustrando il caso con un disegno.

9 È dato un segmento AB e il suo punto medio O; da A e da B, da parte opposta di AB, si conducano le semirette AX e BZ formanti due angoli congruenti con AB. Per il punto O si conduca una prima retta che tagli AX in C e BZ in D, poi una seconda retta che tagli AX in E e BZ in F. Dimostrare che AC≅BD e che CE≅DF.

RETTE PARALLELE

1 Due segmenti AB e CD s'incontrano nel punto O in modo da formare i segmenti AO≅OB e CO≅OD. Dimostrare che il segmento AC è parallelo e congruente al segmento BD.

2 Due rette r ed s s'incontrano nel punto O: su r si prendano due punti A e B simmetrici rispetto ad O e su s altri due punti C e D simmetrici anch'essi rispetto ad O. Dimostrare che AD//BC e che AC//BD.

3 Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento MD≅AM. Dimostrare che è BD//AC.

4 Dato il triangolo ABC si prolunghi il lato AB di un segmento AE≅AB e il lato AC di un segmento AD≅AC; dimostrare che il segmento DE è congruente e parallelo al lato BC.

5 È dato un triangolo ABC; si prolunghi il lato BC, dalla parte di C, di un segmento CD≅AC e il lato AC, dalla parte di C, di un segmento CE≅CB. Dimostrare che AD//BE.

6 Nel triangolo isoscele ABC si conduce la retta r parallela alla base BC che incontra in M ed in N i lati AB e AC. Dimostrare che il triangolo AMN è anch'esso isoscele.

7 Nel triangolo ABC sia BE la bisettrice dell'angolo di vertice B; dal punto E (su AC) si conduca la parallela al lato BC che incontri in D il lato AB. Dimostrare che BD è congruente ad ED.

8 Nel triangolo ABC si prolunghi il lato AB dalla parte di A, di un segmento AD≅AC e si congiunga D con c. Dimostrare che la bisettrice dell'angolo BAC è parallela a CD.

9 Dagli estremi di un segmento AB si conducano due rette parallele e su di esse si prendano i due segmenti congruenti AE e BF situati da parte opposta rispetto ad AB; dimostrare che, detto C il punto d'incontro di EF con AB, si ha AC≅CB.

PARALLELOGRAMMI E TRAPEZI

1 Dai vertici opposti A, C del parallelogrammo ABCD si conducono le perpendicolari AE, CF alla diagonale BD; dimostrare che il quadrilatero AECF è un parallelogrammo.

2 Un segmento AB ha gli estremi su due rette parallele; per il suo punto di mezzo M si conduca un altro segmento CD che abbia pure gli estremi sulle due parallele. Dimostrare che anche il segmento CD è dimezzato dal punto M e che i punti A, C, B, D sono vertici di un parallelogrammo.

3 Se dal punto d'incontro delle diagonali di un parallelogrammo si conducono due rette, i punti di intersezione di esse con i lati sono vertici di un parallelogrammo.

4 Se per un punto qualunque della base di un triangolo isoscele, si conducono le parallele ai lati, la somma dei due segmenti individuati dal triangolo sulle parallele è congruente ad uno dei lati congruenti del triangolo.

5 Si prolunghino, rispettivamente oltre B ed oltre D, i lati AB e AD del parallelogrammo ABCD dei segmenti BM≅AD e DN≅AD. Dimostrare che i triangoli DNC, BMC sono isosceli e che i punti M, N, C sono allineati.

6 Si prolunghi la mediana AM del triangolo ABC di un segmento MD≅AM. Dimostrare che il quadrilatero ABCD è un parallelogrammo.

7 In un triangolo è tracciata una mediana: se dal punto in cui essa dimezza il lato relativo si conducono le parallele agli altri due lati, si divide il triangolo dato in quattro triangoli, due dei quali sono congruenti agli altri due.

8 Se per i vertici di un triangolo si conducono tre segmenti congruenti e paralleli e nello stesso senso, i loro estremi sono vertici di un triangolo congruente al dato.

9 Dimostrare che in un trapezio isoscele le diagonali sono congruenti e dividono il trapezio in quattro triangoli di cui due sono isosceli e due congruenti.